

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛПГУ»)

т физико-математического образования, информационных и
вающих технологий
фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

Е.А. Журавлева
« 14 » сентября 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Функциональный анализ

влению подготовки 01.03.01 Математика
ь подготовки Математические и цифровые технологии в образовании
сация выпускника бакалавр
бучения очная

Луганск, 2025

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы для подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.01 Математика и профилю Математические и цифровые технологии в образовании очной формы обучения.

Рабочая программа учебной дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 8 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональными стандартами, утвержденными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (с изменениями и дополнениями); от 22 сентября 2021 г. № 652н; от 20 июля 2022 г. № 425н.

СОСТАВИТЕЛЬ:

доцент кафедры фундаментальной математики ФБГОУ ВО «ЛГПУ», кандидат технических наук, Скринникова Анна Владимировна

Утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики

Протокол от «13» сентября 2025 г. № 7

Заведующий кафедрой

фундаментальной математики



С.В. Темникова

Одобрена на заседании учебно-методической комиссии Института физико-математического образования, информационных и обслуживающих технологий

Протокол от «15» сентября 2025 г., № 6

Председатель учебно-методической комиссии

Института физико-математического образования,
информационных и обслуживающих технологий



О.В. Давыскиба

СОГЛАСОВАНО:

Директор Департамента образования



В.В. Савенков

Структура и содержание учебной дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Целями и задачами освоения учебной дисциплины «Функциональный анализ» являются:

- формирование математической культуры студентов,
- фундаментальная подготовка студентов в области функционального анализа,
- овладение современным аппаратом функционального анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина «Функциональный анализ» входит в обязательную часть дисциплин подготовки студентов. Индекс дисциплины Б1.О.22

Основывается на базе дисциплин: «Алгебра», «Математический анализ». Является основой для изучения следующих дисциплин: «Теория функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики», «Вариационное исчисление».

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения	Результаты обучения по дисциплине
Общепрофессиональная		
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.2. Имеет представление об использовании фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	знает основные понятия, определения и свойства объектов функционального анализа; формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства умеет доказывать утверждения функционального анализа; решать задачи функционального анализа; уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания владеет аппаратом

		функционального анализа; методами доказательства утверждений; навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
--	--	---

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов/ зачетных единиц
Общая трудоемкость дисциплины	252/7
Обязательная аудиторная нагрузка (всего часов), в том числе:	84
Лекции	42
Семинарские занятия	-
Практические занятия	42
Лабораторные работы	-
Курсовая работа / курсовой проект	-
Другие формы организации учебного процесса (контрольные работы, индивидуальные занятия, консультации и др.)	-
Самостоятельная работа студента (всего часов)	114
Форма аттестации	54 Экзамен/экзамен

4.2. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Метрические пространства.

Метрические пространства. Предел последовательности и предел отображения метрических пространств. Непрерывность отображений. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Теорема о вложенных шарах. Множества первой категории и теорема Бэра. Предкомпактные множества. Теорема Арцела. Критерий Хаусдорфа.

Тема 2. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Системы множеств. Полукольцо. Кольцо. Минимальное кольцо. Алгебра. Сигма-кольцо. Сигма алгебра. Мера на полукольце. Сигма-аддитивная мера. Внешняя мера. Измеримые по Лебегу множества. Мера Лебега. Измеримые функции. Различные виды сходимости. Теорема Егорова. Интеграл

Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Абсолютная непрерывность. Неравенство Чебышева. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Теорема Лузина. Заряды. Теорема Радона-Никодима. Теорема Фубини. Мера Лебега-Стилтьеса.

Тема 3. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Измеримые функции. Различные виды сходимости. Теорема Егорова. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Абсолютная непрерывность. Неравенство Чебышева. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Теорема Лузина. Заряды. Теорема Радона-Никодима. Теорема Фубини. Мера Лебега-Стилтьеса.

Тема 4. Нормированные пространства.

Нормированное пространство. Скалярное произведение. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Неравенство Шварца. Норма, порожденная скалярным произведением. Ортогональная проекция. Ортогональное дополнение. Ортонормированные системы. Процесс ортогонализации. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Полные и тотальные системы векторов. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств

Тема 5. Линейные функционалы.

Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала. Сопряженное пространство. Продолжение ограниченного функционала по непрерывности. Теорема Хана-Банаха. Общий вид функционала в некоторых пространствах. Сильная, слабая и *-слабая сходимость. Теорема Банаха-Штейнгауза. Критерий слабой сходимости последовательности.

Тема 6. Операторы.

Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Неограниченные операторы. Сопряженный оператор. Спектр и резольвента оператора. Компактные операторы. Симметрические, самосопряженные и унитарные операторы. Дифференциальные операторы. Интегральные операторы и интегральные уравнения. Альтернатива фредгольма. Преобразования Фурье. Обобщенные функции.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов
5 семестр		
1	Метрические пространства.	8
2	Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.	8
3	Измеримые функции. Интеграл Лебега.	8
Итого за семестр:		24
6 семестр		
4	Нормированные пространства.	6

5	Линейные функционалы.	6
6	Операторы.	6
Итого за семестр:		18
Итого:		42

4.4. Практические занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов
5 семестр		
1	Метрические пространства.	8
2	Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.	8
3	Измеримые функции. Интеграл Лебега.	8
Итого за семестр:		24
6 семестр		
4	Нормированные пространства.	6
5	Линейные функционалы.	6
6	Операторы.	6
Итого за семестр:		18
Итого:		64

4.5. Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов
5 семестр			
1	Метрические пространства.	Выполнение домашнего задания: решение задач	23
2	Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.	Выполнение домашнего задания: решение задач	23
3	Измеримые функции. Интеграл Лебега.	Выполнение домашнего задания: решение задач	23
За 5 семестр			69

Экзамен (письменный)		Подготовка к зачету	27
6 семестр			
4	Нормированные пространства.	Выполнение домашнего задания: решение задач	15
5	Линейные функционалы.	Выполнение домашнего задания: решение задач	15
6	Операторы.	Выполнение домашнего задания: решение задач	15
За 6 семестр			45
Экзамен (письменный)		Подготовка к экзамену	27
Итого:			114+54

4.7. Курсовые работы не предусмотрены учебным планом

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

– *Классические (традиционные) технологии:* проведение лекций и практических занятий

– *Использование электронных образовательных ресурсов* при подготовке к лекциям и практическим занятиям.

– *Лекция-консультация*, при которой до 40-50% времени отводится на вопросы студентов. Лекция-консультация наиболее эффективна, если является завершающей лекцией семестра.

Индивидуальные домашние задания, творческие задания, самостоятельные и контрольные работы выполняются студентами в письменной форме.

6. Формы контроля освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором и преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине в следующих формах:

- письменные домашние задания;
- контрольные работы;
- выполнение индивидуальных заданий;
- защита индивидуальных заданий.

Итоговый контроль по результатам освоения дисциплины проходит в форме письменного экзамена в 5-м и 6-м семестрах (включает в себя ответ на теоретические вопросы и решение задач).

Система оценивания учебных достижений студентов, оценочные средства представлены в фонде оценочных средств к рабочей программе учебной дисциплины.

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 400 с. – ISBN 978-5-8114-1958-6. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/168870.html>.

2. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / Колмогоров А. Н. , Фомин С. В. – 7-е изд. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 572 с. – ISBN 978-5-9221-0266-7. – Текст: электронный //ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102667.html>.

3. Нелюхин С.А. Элементы функционального анализа: линейные операторы, уравнения в банаховых пространствах : учебное пособие / Нелюхин С.А., Сюсюкалов А.И., Сюсюкалова Е.А. – Рязань : Рязанский государственный радиотехнический университет, 2019. – 85 с. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/121427.html>.

б) дополнительная литература:

4. Мельников, Н. Б. Прикладной функциональный анализ : задачи с решениями : учебное пособие. / Мельников Н. Б. , Артемьева Л. А. – Москва : Изд. МГУ, 2015. – 108 с. (Серия "Бакалавриат. Учебные пособия") – ISBN 978-5-19-011104-0. – Текст: электронный//ЭБС "Консультант студента": [сайт]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785190111040.html>.

5. Смолин, Ю. Н. Начальный курс функционального анализа : учеб. пособие / Смолин Ю. Н. – Москва : ФЛИНТА, 2017. – 379 с. – ISBN 978-5-9765-2381-4. – Текст: электронный//ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN97859765238141.html>.

в) Интернет-ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система «Лань» – <https://e.lanbook.com>.
2. Электронно-библиотечная система IPR SMART – <http://www.iprbookshop.ru>.
3. Образовательный математический сайт Exponenta – www.exponenta.ru.
4. Федеральный портал российского образования – www.edu.ru.
5. Научная электронная библиотека – www.elibrary.ru.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные и практические занятия проводятся в учебных аудиториях университета, отвечающих требованиям техники безопасности.

Для осуществления самостоятельной работы студентов необходимы рабочие места, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

9. Лист дополнений и изменений

[illegible]